

古典力学の公式

Newton(ニュートン) 形式

[注] 太文字の記号はベクトルを表示

粒子の位置 $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$ ただし t は時間であって、位置 $\mathbf{r}$ は時間の関数

$$\text{速度} \quad \mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$$

$$\text{加速度} \quad \mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}$$

$$\text{運動量} \quad \mathbf{p} = m\mathbf{v} = m \frac{d\mathbf{r}}{dt} \quad \text{ただし } m \text{ は質量}$$

$$\text{ニュートンの運動方程式} \quad \mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = m \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = m\mathbf{a} \quad \text{ただし } \mathbf{F} \text{ は力}$$

$$\text{力のモーメント} \quad \mathbf{N} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$$

$$\text{角運動量} \quad \mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$$

力のモーメントと角運動量の関係 (ニュートンの運動方程式の変形)

$$\mathbf{N} = \frac{d\mathbf{L}}{dt}$$

$$\text{力積} \quad \Phi = \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F}(t) dt$$

力積 Φ と運動量 $\mathbf{p}$ の関係 (ニュートンの運動方程式の時間積分形)

$$\Phi = \mathbf{p}(t_2) - \mathbf{p}(t_1) = m\mathbf{v}(t_2) - m\mathbf{v}(t_1)$$

$$\text{仕事} \quad W = \int_{\mathbf{r}_1}^{\mathbf{r}_2} \mathbf{F}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r}$$

$$\text{運動エネルギー} \quad K = \frac{1}{2m} \mathbf{p}^2 = \frac{1}{2} m \mathbf{v}^2$$

仕事 W と運動エネルギー K の関係 (ニュートンの運動方程式の空間積分形)

$$\begin{aligned} W &= K(\mathbf{r}_2) - K(\mathbf{r}_1) \\ &= \frac{1}{2m} \mathbf{p}^2(\mathbf{r}_2) - \frac{1}{2m} \mathbf{p}^2(\mathbf{r}_1) = \frac{1}{2} m \mathbf{v}^2(\mathbf{r}_2) - \frac{1}{2} m \mathbf{v}^2(\mathbf{r}_1) \end{aligned}$$

保存力 $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = -\text{grad } U(\mathbf{r})$ ただし $U(\mathbf{r})$ はポテンシャルエネルギー

力学的エネルギー保存則

$$K(\mathbf{r}_1) + U(\mathbf{r}_1) = K(\mathbf{r}_2) + U(\mathbf{r}_2)$$

$$\text{すなわち} \quad K(\mathbf{r}) + U(\mathbf{r}) = \text{一定}$$

$$\text{または} \quad \frac{1}{2m} \mathbf{p}^2(\mathbf{r}_1) + U(\mathbf{r}_1) = \frac{1}{2m} \mathbf{p}^2(\mathbf{r}_2) + U(\mathbf{r}_2)$$

$$\text{すなわち} \quad \frac{1}{2m} \mathbf{p}^2(\mathbf{r}) + U(\mathbf{r}) = \text{一定}$$

[直交座標表示]

x, y, z は粒子の直交座標であって、時間 t の関数

位置 $x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t)$ ただし t は時間

速度 $v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt}$

加速度 $a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}, \quad a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2}$

運動量 $p_x = mv_x = m \frac{dx}{dt}, \quad p_y = mv_y = m \frac{dy}{dt}, \quad p_z = mv_z = m \frac{dz}{dt}$ ただし m は質量

ニュートンの運動方程式

$$F_x = \frac{dp_x}{dt} = m \frac{dv_x}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2} = ma_x,$$

$$F_y = \frac{dp_y}{dt} = m \frac{dv_y}{dt} = m \frac{d^2y}{dt^2} = ma_y,$$

$$F_z = \frac{dp_z}{dt} = m \frac{dv_z}{dt} = m \frac{d^2z}{dt^2} = ma_z \quad \text{ただし } F_x, F_y, F_z \text{ は力の直交座標成分}$$

力のモーメント $N_x = yF_z - zF_y, \quad N_y = zF_x - xF_z, \quad N_z = xF_y - yF_x$

角運動量 $L_x = yp_z - zp_y, \quad L_y = zp_x - xp_z, \quad L_z = xp_y - yp_x$

力のモーメントと角運動量の関係 (ニュートンの運動方程式の変形)

$$N_x = \frac{dL_x}{dt}, \quad N_y = \frac{dL_y}{dt}, \quad N_z = \frac{dL_z}{dt}$$

力積 $\Phi_x = \int_{t_1}^{t_2} F_x(t) dt, \quad \Phi_y = \int_{t_1}^{t_2} F_y(t) dt, \quad \Phi_z = \int_{t_1}^{t_2} F_z(t) dt$

力積と運動量の関係 (ニュートンの運動方程式の時間積分形)

$$\Phi_x = p_x(t_2) - p_x(t_1) = mv_x(t_2) - mv_x(t_1),$$

$$\Phi_y = p_y(t_2) - p_y(t_1) = mv_y(t_2) - mv_y(t_1),$$

$$\Phi_z = p_z(t_2) - p_z(t_1) = mv_z(t_2) - mv_z(t_1)$$

仕事 $W = \int_{(x_1, y_1, z_1)}^{(x_2, y_2, z_2)} (F_x dx + F_y dy + F_z dz)$

運動エネルギー $K = \frac{1}{2m} (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2) = \frac{1}{2} m (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)$

仕事と運動エネルギーの関係 (ニュートンの運動方程式の空間積分形)

$$\begin{aligned} W &= K(x_2, y_2, z_2) - K(x_1, y_1, z_1) \\ &= \frac{1}{2m} (p_{x2}^2 + p_{y2}^2 + p_{z2}^2) - \frac{1}{2m} (p_{x1}^2 + p_{y1}^2 + p_{z1}^2) \\ &= \frac{1}{2} m (v_{x2}^2 + v_{y2}^2 + v_{z2}^2) - \frac{1}{2} m (v_{x1}^2 + v_{y1}^2 + v_{z1}^2) \end{aligned}$$

保存力 $F_x = -\frac{\partial}{\partial x} U(x, y, z), \quad F_y = -\frac{\partial}{\partial y} U(x, y, z), \quad F_z = -\frac{\partial}{\partial z} U(x, y, z)$

ただし $U(x, y, z)$ はポテンシャルエネルギー

力学的エネルギー保存則

$$K(x_1, y_1, z_1) + U(x_1, y_1, z_1) = K(x_2, y_2, z_2) + U(x_2, y_2, z_2) \quad \text{すなわち} \quad K(x, y, z) + U(x, y, z) = \text{一定}$$

$$\text{または} \quad \frac{1}{2m} (p_{x1}^2 + p_{y1}^2 + p_{z1}^2) + U(x_1, y_1, z_1) = \frac{1}{2m} (p_{x2}^2 + p_{y2}^2 + p_{z2}^2) + U(x_2, y_2, z_2)$$

$$\text{すなわち} \quad \frac{1}{2m} (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2) + U(x, y, z) = \text{一定}$$

古典電磁気学の公式

[注] 単位系は MKSA 系

Coulomb(クーロン) の法則

真空中における荷電粒子間の静電気力の大きさ $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r^2}$ ただし q, q' は電荷、 r は電荷間の距離

真空誘電率 $\epsilon_0 = \frac{10^7}{4\pi c^2} \approx 8.854 \times 10^{-12} \text{ A}^2\text{N}^{-1}\text{m}^{-2}\text{s}^2$ ただし c は真空中の光速

ここで $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q'}{r^2}$ と置くと $F = qE$ より

電場の大きさ $E = \frac{F}{q}$ すなわち E は単位電荷あたりに作用する静電気力の大きさに相当

電場 E

$E = \frac{F}{q}$ ただし F は静電気力、 q は電荷

電位 ϕ

$\phi = \int_{\mathbf{r}}^{\mathbf{r}_0} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = \int_{(x,y,z)}^{(x_0,y_0,z_0)} (E_x dx + E_y dy + E_z dz)$ ただし $\mathbf{r}$ は荷電粒子の位置、 $\mathbf{r}_0$ は電位の基準点

ポテンシャルエネルギー U と電位 ϕ の関係 $U = q\phi$

電位 ϕ が空間の直交座標 x, y, z の関数 $\phi = \phi(x, y, z)$ として与えられたとき、電場 E は $E = -\text{grad } \phi$

すなわち $E_x = -\frac{\partial \phi}{\partial x}, E_y = -\frac{\partial \phi}{\partial y}, E_z = -\frac{\partial \phi}{\partial z}$

微分形で表記したクーロンの法則

$\text{div } \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ または $\Delta \phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$ ただし ρ は電荷密度 すなわち 単位体積あたりの電荷に相当

すなわち $\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ または $\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$

コンデンサーの電気容量 C

$C = \frac{Q}{V}$ ただし Q はコンデンサーの電荷、 V は電圧 すなわち 電位差 $V = \phi_2 - \phi_1$

[注] コンデンサーとは、隔絶された二つの導体からなる系のこと。電荷を蓄える機能を持つ。

コンデンサーの静電エネルギー U

$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$ ただし C は電気容量、 V は電圧、 Q は電荷

電圧により加速された荷電粒子の運動エネルギー K

$K = qV$ ただし q は電荷、 V は電圧

電流 I

$I = \frac{dQ}{dt}$ ただし Q は電荷、 t は時間

[注] 電流は単位時間あたりに移動する電荷に相当する。

Ohm(オーム) の法則

$V = RI$ ただし V は電圧、 R は電気抵抗、 I は電流

[注] 抵抗体を通れる電流は電圧に比例する。

電力 P

$$P = VI \quad \text{ただし } V \text{ は電圧、 } I \text{ は電流}$$

抵抗体の消費する電力

$$P = VI = RI^2 = \frac{V^2}{R} \quad \text{ただし } R \text{ は電気抵抗}$$

[注] 抵抗体の消費する電力は、電流の二乗ならびに電圧の二乗に比例する。

電流間に働く電磁力の大きさ (ただし 二つの導線は互いに平行かつ長さ s は等しいとする。)

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{s}{r} II' \quad \text{ただし } r \text{ は導線間の距離、 } I, I' \text{ は電流}$$

$$\text{真空透磁率 } \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ NA}^{-2}$$

$$\text{ここで } B = \frac{\mu_0 I'}{2\pi r} \text{ と置くと } F = BIs \text{ より}$$

$$\text{磁束密度の大きさ } B = \frac{F}{Is} \quad \text{すなわち } B \text{ は単位電流かつ単位長さあたりの電磁力の大きさに相当する。}$$

磁束 Φ

$$\Phi = BS \quad \text{ただし } B \text{ は磁束密度の大きさ、 } S \text{ は面積であり、 } B \text{ の方向は } S \text{ に垂直とする。}$$

コイルのインダクタンス L

$$L = \frac{\Phi}{I} \quad \text{ただし } \Phi \text{ はコイルを貫く磁束、 } I \text{ は電流}$$

[注] コイルとは、導線を環状に巻いた系のこと。コイルを貫く磁束は電流に比例する。

コイルの磁気モーメントの大きさ m

$$m = nIS \quad \text{ただし } n \text{ はコイルの巻き数、 } I \text{ は電流、 } S \text{ はコイルの面積}$$

Faraday(ファラデー) の法則

$$\text{コイルに誘起される電圧 } V = -\frac{d\Phi}{dt} \quad \text{ただし } \Phi \text{ はコイルを貫く磁束、 } t \text{ は時間}$$

コイルのインダクタンスと誘起電圧

$$\text{誘起電圧 } V = -L \frac{dI}{dt} \quad \text{ただし } L \text{ はコイルのインダクタンス、 } I \text{ はコイルの電流}$$

荷電粒子が電場や磁束密度から受ける電磁力

$$\text{電磁力 } \mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad \text{ただし } q \text{ は電荷、 } \mathbf{E} \text{ は電場、 } \mathbf{v} \text{ は荷電粒子の速度、 } \mathbf{B} \text{ は磁束密度}$$

すなわち

$$F_x = qE_x + q(v_y B_z - v_z B_y), \quad F_y = qE_y + q(v_z B_x - v_x B_z), \quad F_z = qE_z + q(v_x B_y - v_y B_x)$$

真空中の電磁波の方程式

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} \quad \text{ただし } c \text{ は真空中の光速、 } \mathbf{E} \text{ は電場、 } \mathbf{B} \text{ は磁束密度}$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial z^2}$$

ここで 電場 $\mathbf{E}$ ならびに磁束密度 $\mathbf{B}$ は時間 t と空間座標 x, y, z の関数

$$\text{すなわち } \mathbf{E} = \mathbf{E}(t, x, y, z), \quad \mathbf{B} = \mathbf{B}(t, x, y, z)$$

交流回路

コンデンサーを流れる電流 $I = 2\pi fCV$ ただし f は周波数、 C は電気容量、 V は電圧
コイルを流れる電流 $I = \frac{V}{2\pi fL}$ ただし f は周波数、 L はインダクタンス、 V は電圧

[注] 交流の電圧 V や電流 I は実効値で表す。

Maxwell(マクスウェル) 方程式

マクスウェル方程式は電磁気学の基本方程式であり、次の四つの偏微分方程式系からなる。

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \text{ただし } \rho \text{ は電荷密度、 } \epsilon_0 \text{ は真空誘電率}$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \mu_0 \mathbf{j} \quad \text{ただし } c \text{ は真空中の光速、 } \mu_0 \text{ は真空透磁率、 } \mathbf{j} \text{ は電流密度}$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0$$

[注] 上記の方程式は真空中の電磁場についての式である。

電磁波

電磁波は、その波長によって概ね次のように分類さる。

[電磁波の種類]

(名称) (波長)

電波 :

長波 LF 1 km ~ 10 km

中波 MF 100 m ~ 1 km

短波 HF 10 m ~ 100 m

超短波 VHF 1 m ~ 10 m

マイクロ波 :

デシメートル波 UHF 10 cm ~ 1 m

センチメートル波 SHF 1 cm ~ 10 cm

ミリメートル波 EHF 1 mm ~ 1 cm

サブミリメートル波 0.1 mm ~ 1 mm

赤外線 : 0.83 μm ~ 0.1 mm

可視光線 : 0.36 μm ~ 0.83 μm

紫外線 : 1 nm ~ 0.36 μm

X 線 : 1 pm ~ 1 nm

γ 線 : 1 pm 以下

電磁気学量の単位 (MKSA 系)

MKSA 系は m, kg, s(秒), A(アンペア) を基本単位とする単位系であり、現在では国際単位系 (SI) に含まれる。

電磁気学量	単位記号	呼称
電流	A	アンペア
電荷	C または A s	クーロン または アンペア 秒
電位	V	ボルト
電場	N C^{-1} または V m^{-1}	ニュートン クーロン ⁻¹ または ボルト メートル ⁻¹
電気容量	F	ファラド
電気抵抗	Ω	オーム
電力	W	ワット
磁束	Wb	ウェーバ
磁束密度	T または Wb m^{-2}	テスラ または ウェーバ メートル ⁻²
インダクタンス	H	ヘンリー